

1.4.5. Решение логических задач

Рассмотрим несколько способов решения логических задач.

Задача 1. Коля, Вася и Серёжа гостили летом у бабушки. Однажды один из мальчиков нечаянно разбил любимую бабушкину вазу. На вопрос, кто разбил вазу, они дали такие ответы:

Серёжа: 1) Я не разбивал; 2) Вася не разбивал.

Вася: 3) Серёжа не разбивал; 4) Вазу разбил Коля.

Коля: 5) Я не разбивал; 6) Вазу разбил Серёжа.

Бабушка знала, что один из её внуков, назовём его правдивым, оба раза сказал правду; второй, назовём его шутником, оба раза сказал неправду; третий, назовём его хитрецом, один раз сказал правду, а другой раз — неправду. Назовите имена правдивого, шутника и хитреца. Кто из внуков разбил вазу?

Решение

Пусть K = «Коля разбил вазу», V = «Вася разбил вазу», C = «Серёжа разбил вазу». Для решения задачи можно составить таблицу истинности, в которой представить все возможные варианты высказываний каждого мальчика. Но так как ваза разбита одним внуком, то, чтобы выяснить, кто именно это сделал, достаточно фрагмента таблицы истинности, содержащего наборы значений входных переменных: 001, 010, 100.

K	V	C	Утверждения Серёжи		Утверждения Васи		Утверждения Коли	
			$\bar{C}$	$\bar{V}$	$\bar{C}$	K	$\bar{K}$	C
0	0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	0	1	0	1	0	1	0
1	0	0	1	1	1	1	0	0

✓

Исходя из того, что знает о внуках бабушка, следует искать в таблице строку, содержащую в каком-либо порядке три комбина-



ции значений: 00 (слова шутника), 11 (слова правдивого внука), 01 или 10 (слова хитреца). Такая строка отмечена галочкой. Согласно этой строке, вазу разбил Серёжа, он же оказался хитрецом. Шутником оказался Вася. Имя правдивого внука — Коля.



Задача 2. В соревнованиях по гимнастике участвуют Алла, Валя, Сима и Даша. Болельщики высказали предположения о возможных победителях:

- 1) Сима будет первой, Валя — второй;
- 2) Сима будет второй, Даша — третьей;
- 3) Алла будет второй, Даша — четвёртой.

По окончании соревнований оказалось, что в каждом из предположений только одно из высказываний истинно, другое ложно. Какое место на соревнованиях заняла каждая из девушек, если все они оказались на разных местах?

Решение

Рассмотрим простые высказывания:

- C_1 = «Сима заняла первое место»;
 B_2 = «Валя заняла второе место»;
 C_2 = «Сима заняла второе место»;
 D_3 = «Даша заняла третье место»;
 A_2 = «Алла заняла второе место»;
 D_4 = «Даша заняла четвёртое место».

Так как в каждом из трёх предположений одно из высказываний истинно, а другое ложно, то можно заключить следующее:

- 1) $C_1 + B_2 = 1$, $C_1 \cdot B_2 = 0$;
- 2) $C_2 + D_3 = 1$, $C_2 \cdot D_3 = 0$;
- 3) $A_2 + D_4 = 1$, $A_2 \cdot D_4 = 0$.

Логическое произведение истинных высказываний будет истинным:

$$(C_1 + B_2) \cdot (C_2 + D_3) \cdot (A_2 + D_4) = 1.$$

На основании распределительного закона преобразуем левую часть этого выражения:

$$(C_1 \cdot C_2 + C_1 \cdot D_3 + B_2 \cdot C_2 + B_2 \cdot D_3) \cdot (A_2 + D_4) = 1.$$

Высказывание $C_1 \cdot C_2$ означает, что Сима заняла и первое, и второе места. Согласно условию задачи, это высказывание ложно. Ложным является и высказывание $B_2 \cdot C_2$. Учитывая закон операций с константой 0, запишем:

$$(C_1 \cdot D_3 + B_2 \cdot D_3) \cdot (A_2 + D_4) = 1.$$

Дальнейшее преобразование левой части этого равенства и исключение заведомо ложных высказываний дают:

$$C_1 \cdot D_3 \cdot A_2 + C_1 \cdot D_3 \cdot D_4 + B_2 \cdot D_3 \cdot A_2 + B_2 \cdot D_3 \cdot D_4 = 1.$$

$$C_1 \cdot D_3 \cdot A_2 = 1.$$

Из последнего равенства следует, что $C_1 = 1$, $D_3 = 1$, $A_2 = 1$. Это означает, что Сима заняла первое место, Алла — второе, Даша — третье. Следовательно, Валя заняла четвёртое место.

Познакомиться с другими способами решения логических задач, а также принять участие в интернет-олимпиадах и конкурсах по их решению вы сможете на российской странице международного математического конкурса «Кенгуру» (<http://mathkang.ru/>).

На сайте <http://www.kaser.com/> вы сможете скачать демонстрационную версию очень полезной, развивающей логику и умение рассуждать логической головоломки Шерлок.